

TAM SAYILARIN DOĞAL SAYI KUVVETLERİ

Tam Sayıların Doğal Sayı Kuvvetleri

- Pozitif tam sayıların tüm kuvvetleri pozitiftir.
Örneğin; $(+3)^2 = 9$, $5^3 = 125$
- Negatif tam sayıların tek kuvvetleri parantez olsun yada olmasın işlemin sonucu negatiftir.
Örneğin; $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$
 $-2^5 = -(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = -32$
- Negatif tam sayıların çift kuvveti parantezin dışında ise işlemin sonucu pozitif, değilse negatiftir.

Örneğin; $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$
 $-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$
 $(-3^2) = -(3 \cdot 3) = -9$

Hatırlayalım

- Sayıların 1. kuvveti kendisine eşittir.
 $5^1 = 5$, $(-7)^1 = -7$, $-3^1 = -3$
- Sıfır hariç her sayının sıfırcı kuvveti 1'e eşittir.
 $4^0 = 1$, $(-3)^0 = 1$, $-3^0 = -1$
- 1'in tüm kuvvetleri 1'e eşittir.
 $1^1 = 1$, $1^{20} = 1$, $1^{2023} = 1$, $(-1)^5 = -1$, $(-1)^8 = 1$

ÖRNEK

Yukarıda verilen 400 metre uzunluğundaki yolun orta refüjüne, metre cinsinden yolun başlangıcına uzaklığı 2'nin doğal sayı kuvveti olan noktalara tek sıra halinde aydınlatma direği dikilecektir.

Buna göre bu refüje dikilecek aydınlatma direği sayısı kaçtır?

NEGATİF KUVVETLER

Tam Sayıların Negatif Kuvvetleri

- Bir tam sayının negatif kuvveti hesaplanırken, bu tam sayının çarpmaya göre tersi alındıktan sonra kuvveti alınır.

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ **Örneğin;** $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

- Paydada bulunan negatif üslü ifade paya taşınırken üsün işareti değişir.

$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$ **Örneğin;** $\frac{1}{5^{-3}} = 5^3 = 125$

UYARI

Negatif tam sayılar tabanda yerine yazılırken parantez içinde yazılmalıdır.

ÖRNEK

$a=-3$ ve $b=2$ olduğuna göre $a^b - b^a$ işleminin sonucu kaçtır?

RASYONEL SAYILARIN NEGATİF KUVVETLERİ

- Rasyonel bir sayının negatif kuvveti bulunurken, ilk olarak sayının çarpma işlemine göre tersi alınarak kuvveti pozitif yapılır. Daha sonra pay ve paydanın değeri bulunur.

Örneğin; $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$

- Verilen rasyonel sayı sadeleşiyorsa önce sadeleştirme işlemi yapılır. Daha sonra üste verilen işlem uygulanır.

Örneğin; $\left(\frac{12}{16}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{4^3}{3^3} = \frac{64}{27}$

ONDALIKLI SAYILARIN NEGATİF KUVVETLERİ

- Ondalık gösterimlerin negatif kuvveti bulunurken, ondalık gösterim önce rasyonel sayıya dönüştürüldükten sonra kuvveti bulunur.

Örneğin; $(0,3)^2 = \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{9}{100}$
 $(0,9)^{-2} = \left(\frac{9}{10}\right)^{-2} = \left(\frac{10}{9}\right)^2 = \frac{100}{81}$

UYARI

Verilen ondalık gösterimi rasyonel sayıya çevirdikten sonra pay ve paydayı sadeleştirmeyi unutmayalım.

ÜSSÜN ÜSSÜ

- Bir sayının birden çok kuvveti varsa taban aynen yazılıp, üsler çarpılır ve üsse yazılır.

Örneğin; $(2^5)^4 = 2^{5 \cdot 4} = 2^{20}$
 $(3^{-4})^3 = 3^{-4 \cdot 3} = 3^{-12}$
 $(8)^5 = (2^3)^5 = 2^{15}$

- Tabandaki sayı negatif olduğunda parantezin dışındaki üsse bakılır.

- ➔ Parantezin dışındaki üs tek ise sonuç negatif,
- ➔ Parantezin dışındaki üs çift ise sonuç pozitiftir.

Örneğin; $(-3^4)^5 = -3^{20}$
 $(-3^5)^4 = 3^{20}$ olur.

ÜSLÜ İFADELERDE SIRALAMA

- Üslü ifadelerde sıralama yapılırken tabanlar, yada üsler eşitlenmelidir.
- Tabanları eşit olan üslü ifadelerin üssü büyük olan daha büyüktür.

Örneğin; $a = 4^{12}$, $b = 8^6$ ve $c = 16^5$

Üslü ifadeleri sıralayalım

$$\left. \begin{aligned} a &= 4^{12} = (2^2)^{12} = 2^{24} \\ b &= 8^6 = (2^3)^6 = 2^{18} \\ c &= 16^5 = (2^4)^5 = 2^{20} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Tabanları eşit ise üssü} \\ \text{büyük olan daha bü-} \\ \text{yüktür.} \\ b < c < a \end{array}$$

- Üsleri eşit olan üslü ifadelerin tabanı büyük olan daha büyüktür.

Örneğin; $x = 16^3$, $y = 125^4$ ve $z = 9^6$

Üslü ifadeleri sıralayalım

$$\left. \begin{aligned} x &= 16^3 = (2^4)^3 = 2^{12} \\ y &= 125^4 = (5^3)^4 = 5^{12} \\ z &= 9^6 = (3^2)^6 = 3^{12} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Üsleri eşit ise tabanı} \\ \text{büyük olan daha bü-} \\ \text{yüktür.} \\ x < z < y \end{array}$$

ÜSLÜ İFADELERDE ÇARPMA İŞLEMİ

Üslü ifadeler çarpılırken, tabanları aynı ise üslerin toplamı ortak tabana üs olarak yazılır.

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \text{tir.}$$

Örneğin; $3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$

$$(-2)^7 \cdot (-2)^3 = (-2)^{7+3} = (-2)^{10}$$

ÜSLER AYNI TABANLAR FARKLI İSE

Tabanları farklı ve üsleri aynı olan üslü ifadelerde çarpma işlemi yapılırken tabanlar çarpılır, bulunan sonuç taban olarak yazılır ve ortak olan üs aynen yazılır.

$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x \text{tir.}$$

Örneğin; $2^7 \cdot 5^7 = (2 \cdot 5)^7 = 10^7$ dir.

AKLINDA OLSUN

2,4,8,16,32,64,.....2'nin kuvvetleri
 3,9,27,81,243,.....3'ün kuvvetleri
 4,16,64,.....4'ün kuvvetleri
 5,25,125,.....5'in kuvvetleri
 6,36,216,.....6'nın kuvvetleri şeklinde yazılır. Çarpma işlemlerinde tabanları aynı olmayanları üssün üssü yardımıyla ortak tabana çevirerek işlemler yaparız.

ÖRNEK

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots 2}_{15 \text{ tane}} \cdot \underbrace{9 \cdot 9 \cdot \dots 9}_{15 \text{ tane}}$$

Yukarıda tahtada yazan çarpma işleminin sonucunu bulunuz.



Çarpma işleminde üsler ve tabanlar farklı ise bazı dönüşümler yapmamız gerekir.

Örneğin; $4^{10} \cdot 3^5$ işleminde üsleri eşitlemeye çalışalım. $(4^2)^5 \cdot 3^5 = 16^5 \cdot 3^5 = 48^5$ şeklinde yapabiliriz.

Örneğin; $3^7 \cdot 5^4$ işleminde üsler ve tabanlar farklıdır. Üsler eşitlenmediği için paçalama yöntemi deneriz. $3^7 = 3^3 \cdot 3^4$ şeklinde yazabiliriz. O yüzden

$$3^3 \cdot 3^4 \cdot 5^4 = 3^3 \cdot 15^4 = 27 \cdot 15^4 \text{ olur.}$$



$3^7 \cdot 5^4$ gibi sorularda üssü büyük olanı üssü küçük olana eşit olacak şekilde parçalarız.

Örneğin; $12^5 \cdot 3^7 \cdot 2^2$ işleminde daha detaylı parçalamamız istenebilir.

$$\begin{aligned} 12 &= 12 \mid 2 & 12 &= 2^2 \cdot 3 \text{ olduğundan} \\ 6 &2 & 12 &\text{ yerine } 2^2 \cdot 3 \text{ yazalım.} \\ 3 &3 & 12^5 \cdot 3^7 \cdot 2^2 &= (2^2 \cdot 3)^5 \cdot 3^7 \cdot 2^2 \\ && &= 2^{10} \cdot 3^5 \cdot 3^7 \cdot 2^2 \\ && &= 2^{12} \cdot 3^{12} = 6^{12} \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK

$18^9 \cdot 2^{11} \cdot 3^2$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 6^{20}

B) 6^{10}

C) 6^8

D) 6^6

ÜSLÜ İFADELERDE BÖLME İŞLEMİ

İki üslü ifade bölünürken, tabanları aynı ise payın üssünden paydanın üssü çıkarılarak bulunan fark ortak olan tabana üs olarak yazılır.

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \text{ dir.}$$

Örneğin;

$$\cdot \frac{2^7}{2^3} = 2^{7-3} = 2^4 \text{ tür.}$$

$$\cdot \frac{3^{-4}}{3^{-7}} = 3^{-4-(-7)} = 3^{-4+7} = 3^3 \text{ tür.}$$



Bölme işlemi yaparken paydadaki sayının üssünün toplama işlemine göre tersi alınıp, payın üssü ile toplanabilir. Bu yöntem işlemlerde hata yapmanızı engeller.

Örneğin;

$$\cdot \frac{5^6}{5^{-7}} = 5^{6+7} = 5^{13}$$

$$\cdot \frac{2^{-8}}{2^{-13}} = 2^{-8+13} = 2^5$$

ÜSLER AYNI TABANLAR FARKLI İSE

Bilgi

Tabanları farklı ve üsleri aynı olan üslü ifadelerde bölme işlemi yapılırken tabanlar bölünür, sonuç taban olarak yazılır ve ortak olan üs aynen kalır.

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x \quad (b \neq 0)$$

Örneğin;

$$\frac{15^7}{3^7} = \left(\frac{15}{3}\right)^7 = 5^7 \text{ dir.}$$

UNUTMA

Bölme işlemi yaparken tabanlar aynı değilse, tabanlar ortak tabana çevrilir.

$$\text{Örneğin; } \frac{27^2}{3^5} = \frac{(3^3)^2}{3^5} = \frac{3^6}{3^5} = 3^1 \text{ dir.}$$

UNUTMA

Bölme işlemi yaparken bazı sorularda aşağıdaki yöntemleri uygulayınız.

$$\cdot \frac{50^3}{10^{-3}} \text{ İşleminde tabanlar farklı üsler toplama işlemine}$$

göre birbirinin tersi ise $50^3 \cdot 10^3 = 500^3$ 'e eşittir.

$$\cdot \frac{10^7}{2} \text{ İşleminde tabanlar ve üsler birbirine eşit olmadığı}$$

için parçalama yöntemi kullanınız.

$$\frac{2^7 \cdot 5^7}{2^1} = 2^6 \cdot 5^7 \text{ dir.}$$



Çarpma işleminde anlatılan diğer parçalama yöntemleri de burda kullanılır.

ÖRNEK

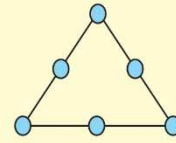


Uzunluğu 6^4 mm olan bir ipin tamamı, uzunluğu 2^{-4} mm olan eş parçalara ayrılıyor.

Buna göre ip toplamda kaç eş parçaya ayrılmış olur?

- A) 12^{16} B) 12^{12} C) 12^8 D) 12^4

UNUTMA



3^{-5} , 3^{-1} , 3^3 , 3^7 , 3^{11} ve 3^{15} sayılarından biri farklı bir çembere gelecek şekilde yerleştirildiğinde üçgenin kenarları üzerindeki sayıların çarpımı birbirine eşitse;

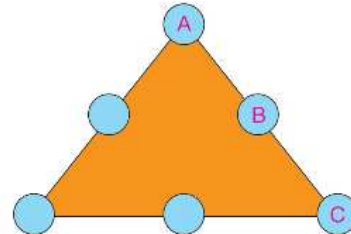
Önce en büyük sayılar birer köşeye yerleştirilir sonra en büyük sayı arasına en küçük olan sayı, en küçük iki sayı arasına yerleştirilmeyen en büyük sayı yerleştirilir.



Bu kural üsleri bir örüntü olacak şekilde artan sayılarda geçerlidir.

ÖRNEK

2^{-10} , 2^{-4} , 2^2 , 2^8 , 2^{14} ve 2^{20} sayılarının tamamı aşağıda verilen dairelerin her birine farklı bir sayı gelecek şekilde yazılıyor.



Üçgenin her bir kenarı üzerindeki sayıların çarpımı birbirine eşit olduğuna göre $A \cdot B \cdot C$ kaç olabilir?

- A) 2^{24} B) 2^{25} C) 2^{26} D) 2^{27}

NOT

Bilgi

Kendisiyle tekrarlı olarak toplanan üslü ifade kaç defa toplanıyorsa sonucu bulmak için kısaca o sayı ile çarpılır.

Örneğin;

$$\text{3 defa} \quad 3^4 + 3^4 + 3^4 = 3 \cdot 3^4 = 3^5 \text{ tir.}$$

$$\text{5 defa} \quad 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 = 5 \cdot 5^6 = 5^7 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$$2^7 + 2^7 + 2^7 + 2^7$$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2^7 B) 2^8 C) 2^9 D) 2^{10}

NOT

Bilgi

2020 LGS'de basit tarzda üslü sayılarda toplama işlemi gerektiren soru soruldu. Üslü sayılarda toplama işlemi yaparken parçalama yöntemi kullanılarak ortak çarpan parantezine alınız.

Örneğin;

$$2^7 + 2^8 = 1 \cdot 2^7 + 2^1 \cdot 2^7 = 2^7 \cdot (1 + 2) = 3 \cdot 2^7$$

$$3^{13} - 12 \cdot 3^{10} = 3^3 \cdot 3^{10} - 12 \cdot 3^{10}$$

$$= 3^{10} \cdot (3^3 - 12) = 15 \cdot 3^{10}$$

ÖRNEK

$$2 \cdot 2^{11} + 3 \cdot 2^{11}$$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $5 \cdot 2^{10}$ B) $5 \cdot 2^{11}$ C) $6 \cdot 2^{11}$ D) $3 \cdot 2^{12}$

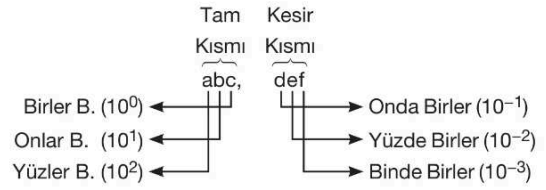
ÖRNEK

$$\frac{2^{14} - 5 \cdot 2^{11}}{2^{11} + 2^{10}}$$

işlemin sonucunu bulunuz.

ONDALIK SAYILARDA ÇÖZÜMLEME

- Pozitif bir ondalıklı sayının basamak değerlerinin toplamı şeklinde yazılmasına **çözümleme** denir.
- Çözümlemeye geçmeden önce ondalıklı bir sayının basamak adlarını hatırlayalım:



- Her bir rakamın basamak değeri, rakamın sayı değeri ve bulunduğu basamağa denk gelen değer ile çarpılarak bulunur.
- Örneğin;** 36,87 sayısının çözümlemiş hali;
 $36,87 = 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2}$ şeklindedir.

BİLİMSSEL GÖSTERİM

Bilgi

Bilimsel Gösterim:

Çok büyük ve çok küçük sayıları kolay bir şekilde ifade edebilmek için **Bilimsel Gösterim**'den faydalanırız.

a bir rasyonel sayı ve n bir tamsayı olmak üzere

$1 \leq |a| < 10$ ise $a \cdot 10^n$ ifadesine bilimsel gösterim denir.

Örneğin;

34 000 sayısının $3,4 \cdot 10^4$ şeklinde gösterimi bilimsel bir gösterimdir.

0,000398 sayısının $0,398 \cdot 10^{-3}$ şeklinde gösterimi bilimsel bir gösterim değildir. Çünkü tanımdaki "a" değeri 1'e eşit ya da büyük olmak zorundadır.

Örneğin;

0,0000467 sayısının $4,67 \cdot 10^{-5}$ şeklinde gösterimi bilimsel bir gösterimdir.

36 800 sayısının $36,8 \cdot 10^4$ şeklinde gösterimi bilimsel bir gösterim değildir. Çünkü tanımdaki "a" değeri 10 sayısından küçük olmak zorundadır.

ÖRNEK

Aşağıdakilerden hangisi bilimsel gösterim **değildir**?

- A) $2,3 \cdot 10^{-8}$ B) $4,06 \cdot 10^7$
 C) $8,7 \cdot 10^0$ D) $0,99 \cdot 10^{-9}$